

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Pewarnaan graf diyakini pertama kali muncul sebagai masalah pewarnaan peta, dimana warna setiap daerah pada peta yang berbatasan dibuat berlainan sehingga mudah untuk dibedakan. Pewarnaan dikembangkan oleh Francis Guthrie, seorang mantan murid dari Augustus De Morgan pada tahun 1852, yang kemudian dilanjutkan oleh Kenneth Appel dan Wolfgang Haken. Bidang pewarnaan menjadi salah satu bidang yang paling populer pada teori graf dan memiliki banyak aplikasi dalam membuat jadwal, pemetaan, penentuan frekuensi untuk radio, pencocokan pola, permainan sudoku dan lain-lain. Masalah pewarnaan graf ini, lebih jauh lagi berkembang kepada bilangan *rainbow connection* (*rainbow connection number*).

Latar belakang munculnya konsep bilangan *rainbow connection*, berawal dari penyelesaian masalah informasi komunikasi antar agen pemerintah di *USA*. Departemen Keamanan *Homeland USA* dibentuk tahun 2003, untuk merespon kelemahan yang ditemukan dalam transfer informasi setelah kejadian 11 September 2001. Eriksen [3] melakukan pengamatan sebagai berikut: Setelah peristiwa 11 September 2001 badan hukum dan agen pemerintah mengalami masalah komunikasi. Teknologi yang digunakan merupakan kesatuan terpisah yang tidak semua informasi merupakan akses bersama, ini berarti bahwa tidak diizinkan pemerintah dan agen untuk saling memeriksa informasi antar berba-

gai organisasi. Informasi tersebut harus mengikuti prosedur untuk akses yang diizinkan antar badan-badan yang sesuai.

Suatu pengiriman informasi bisa dikirimkan kepada suatu agen yang juga merupakan informasi untuk agen yang lainnya dengan mensyaratkan sejumlah sandi. Maka akan terdapat satu atau lebih lintasan informasi untuk setiap dua agensi dan harus dipastikan tidak ada sandi yang berulang untuk setiap lintasan informasi antara setiap dua agen. Kemudian muncullah pertanyaan: berapa banyaknya sandi yang dibutuhkan sehingga terdapat satu atau lebih jalur atau lintasan yang aman antara dua agen, sehingga sandi untuk setiap lintasan berbeda. Situasi inilah yang kemudian bisa dimodelkan dalam teori graf yaitu bilangan *rainbow connection*. Masalah bilangan *rainbow connection* ini selain bisa diaplikasikan dalam keamanan transfer informasi yang terklarifikasi antar agen, menarik juga untuk diinterpretasikan pada bidang *networking*.

Topik tentang bilangan *rainbow connection* suatu graf sangat menarik dan telah banyak kajian tentang itu, seperti yang dikemukakan oleh Chartrand dkk [2] yang menentukan bilangan *rainbow connection* dari beberapa kelas graf khusus seperti graf pohon, graf lengkap, graf roda, graf bipartit lengkap dan graf multipartit lengkap dan X. Li dan Y. Sun [5] yang mengkaji tentang bilangan *rainbow connection* pada graf garis (*line graphs*). Dalam [4], Fitriani D dan ANM Salman melakukan penelitian terkait *rainbow connection number* dari amalgamasi beberapa graf yang isomorfik. Pada tugas akhir ini, penulis tertarik mengangkat masalah bagaimana menentukan *rainbow connection number* dari amalgamasi $t + 1$ graf yang tidak semuanya isomorfik, yaitu t buah graf lengkap K_n dengan satu graf roda W_n yang diperoleh dari mengamalgamasikan satu titik sebarang pada setiap graf lengkap K_n dengan titik ke - n yang terdapat

pada lingkaran di graf roda W_n untuk $n \geq 3$. Titik yang diamalgamasikan dinotasikan dengan titik v . Selanjutnya graf tersebut akan dinotasikan dengan $G \cong (tK_n * W_n, v)$.

1.2 Perumusan Masalah

Perumusan masalah dalam tugas akhir ini adalah bagaimana cara menentukan *rainbow connection number* pada graf $(tK_n * W_n, v)$, untuk $t \geq 1$ dan $n \geq 3$.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan perumusan masalah, maka tujuan yang ingin dicapai pada penulisan tugas akhir ini adalah menentukan *rainbow connection number* pada graf $(tK_n * W_n, v)$, untuk $t \geq 1$ dan $n \geq 3$.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut. Bab I berisikan pendahuluan yang terdiri dari latar belakang, perumusan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. Pada Bab II landasan teori yang membahas tentang konsep dasar dari teori graf, materi tentang amalgamasi dan materi tentang *rainbow connection number*. Bab III memuat pembahasan tentang penentuan *rainbow connection number* pada graf $(tK_n * W_n, v)$. Bab IV berisi kesimpulan dari pembahasan. Hasil baru yang diperoleh dalam tugas akhir ini diberikan dalam teorema dengan tanda \diamond .